

२०१५

MATHEMATICS (गणित)

Test Booklet

No.

No. of pages in Booklet : 16

(पुस्तिका में पृष्ठों की संख्या : 16)

No. of questions in Booklet : 50

(पुस्तिका में प्रश्नों की संख्या : 50)

समय / Time : 2 घंटे / Hours

पूर्णांक / Maximum Marks : 200

INSTRUCTIONS

- Answer all questions.**
- All questions carry equal i.e. 4 marks.**
- Only one answer is to be given for each question.**
- If more than one answers are marked, it would be treated as wrong answer.**
- Each question has four alternative responses marked serially as A, B, C, D You have to *darken only one circle or bubble indicating the correct answer on the OMR Answer Sheet using BLUE BALL POINT PEN.***
- $\frac{1}{4}$ part of the mark(s) of each question i.e. 1 mark will be deducted for each wrong answer.** (A wrong answer means an incorrect answer or more than one answer for any question. Leaving all the relevant circles or bubbles or any question blank will not be considered as wrong answer.)
- Calculator, Mobile phones or any other electronics gadget are not allowed. Candidates found copying or resorting to any unfair means are liable to be disqualified from this and future examination.**
- Candidates should not write any thing anywhere except on answer sheet or sheets for rough work.**
- After the test is over, at the perforation point, tear the OMR answer sheet, hand over the original OMR answer sheet to the invigilator and retain the *carbonless* copy for your record.**
- Candidates who sit for the entire duration of the exam will only be permitted to carry their OMR sheet carbon less and Test Booklet.**

निर्देश

- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।**
- सभी प्रश्नों के अंक समान हैं अर्थात् 4 अंक।**
- प्रत्येक प्रश्न का केवल एक ही उत्तर दीजिए।**
- एक से अधिक उत्तर देने की दशा में प्रश्न के उत्तर को गलत माना जाएगा।**
- प्रत्येक प्रश्न के चार वैकल्पिक उत्तर दिये गये हैं, जिन्हें क्रमशः A, B, C, D अंकित किया गया है। अभ्यर्थी को सही उत्तर निर्दिष्ट करते हुए उनमें से केवल एक गोले अथवा बबल को ओ.एम.आर. उत्तर-पत्र पर नीले बॉल पेन से गहरा करना है।**
- प्रत्येक गलत उत्तर के लिए अंक का $\frac{1}{4}$ भाग अर्थात् 1 अंक काटा जायेगा। (गलत उत्तर से तात्पर्य अशुद्ध उत्तर अथवा किसी भी प्रश्न के एक से अधिक उत्तर से है। किसी भी प्रश्न से संबंधित गोले या बबल को खाली छोड़ना गलत उत्तर नहीं माना जायेगा।)**
- केलकुलेटर, मोबाइल फोन अथवा इलेक्ट्रॉनिक्स यंत्र का परीक्षा हॉल में प्रयोग पूर्णतः वर्जित है। नकल अथवा किसी प्रकार के अनुचित साधनों का प्रयोग करने वाले इस परीक्षा तथा भविष्य की परीक्षा से अयोग्य माने जायेंगे।**
- परीक्षार्थी को उत्तर पुस्तिका या रफ कार्ड हेतु पृष्ठों के अतिरिक्त कहीं पर भी कुछ भी नहीं लिखना चाहिए।**
- परीक्षा समाप्ति पश्चात् मूल OMR उत्तर शीट को निर्धारित स्थान से फाँड़कर वीक्षक को देनी है तथा कार्बन रहित प्रति आप रख लेवें।**
- जो परीक्षार्थी परीक्षा की पूर्ण अवधि तक बैठे रहेंगे, केवल उन्हें ही परीक्षा पुस्तिका तथा OMR की कार्बन रहित प्रति ले जाने की अनुमति मिल सकेगी।**

Roll No.

I have verified all the information filled in by the candidate.

Name of Student.....

Signature of the invigilator

1. A relation $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, "x \text{ divides } y"\}$, then R is :
 (एक सम्बन्ध $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, "x, y \text{ को विभाजित करता है}\}$, तो R है) :
- (A) Reflexive and symmetric (स्वतुल्य एवं सममित)
 (B) Reflexive and transitive (स्वतुल्य एवं संक्रामक)
 (C) Symmetric and transitive (सममित एवं संक्रामक)
 (D) Equivalence relation (तुल्यता सम्बन्ध)
2. If G is a group in which $(a \cdot b)^i = a^i b^i$ for three consecutive integers $i, i+1, i+2$ for all $a, b \in G$ then G is :
 (यदि G एक समूह है जिसमें $(a \cdot b)^i = a^i b^i$ तीन क्रमागत पूर्णांकों $i, i+1, i+2$ तथा सभी $a, b \in G$ के लिए तब G है) :
- (A) Abelian (आबेली) (B) Non-abelian (आबेली नहीं)
 (C) Cyclic group (चक्रीय समूह) (D) None of these (इनमें से कोई नहीं)
3. A non-empty subset H of a group G is a sub group of G iff $a, b \in H$, then :
 (किसी समूह G का कोई अरिकत उपसमुच्चय H एक उपसमूह होगा यदि और केवल यदि सभी $a, b \in H$) :
- (A) $a \cdot b \in G$ (B) $a \cdot b^{-1} \in H$ (C) $ba^{-1} \in G$ (D) None of these (इनमें से कोई नहीं)
4. In a college out of 120 students of Mathematics, 100 study at least one of the language Hindi, English and German. If 65 study Hindi, 45 study English, 42 study German, 20 Study Hindi and English, 25 study English & German and 15 study Hindi & German. Then the number of students who study all the three languages are :
 (एक महाविद्यालय में गणित के 120 विद्यार्थियों में से 100 विद्यार्थी कम से कम एक भाषा हिन्दी, अंग्रेजी तथा जर्मन पढ़ते हैं। यदि 65 हिन्दी, 45 अंग्रेजी, 42 जर्मन, 20 हिन्दी तथा अंग्रेजी, 25 अंग्रेजी तथा जर्मन एवं 15 विद्यार्थी हिन्दी तथा जर्मन पढ़ते हैं। तो सभी तीनों भाषाओं को पढ़ने वाले छात्रों की संख्या है) :
- (A) 20 (B) 25 (C) 15 (D) 8

5. If $1, \omega, \omega^2$ are the cube roots of unity and $\{1, \omega, \omega^2\}$ be a group w.r.t. binary operation multiplication, then order of the element " ω " will be :

(यदि $1, \omega, \omega^2$ इकाई के घनमूल हैं तथा $\{1, \omega, \omega^2\}$ गुणन संक्रिया के सापेक्ष एक समूह है। तो अवयव " ω " की कोटि होगी) :

(A) 3

(B) 1

(C) 6

(D) 0

6. The characteristic roots of the matrix $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ are :

(मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के अभिलक्षणिक मूल है) :

(A) 2, 2, 2

(B) 2, 2, 8

(C) -2, 2, 8

(D) -2, 2, -8

7. The equations $2x + 3y + 5z = 9$; $7x + 3y - 2z = 8$; $2x + 3y + \lambda z = \mu$ may have no solution if:

(समीकरण $2x + 3y + 5z = 9$; $7x + 3y - 2z = 8$; $2x + 3y + \lambda z = \mu$ के कोई हल नहीं होंगे यदि) :

(A) $\lambda = 5$, $\mu \neq 9$

(B) $\lambda \neq 5$

(C) $\lambda = 5$, $\mu = 9$

(D) $\lambda \neq 5$, $\mu \neq 9$

8. If $a, b > 0$ and $|A| = \begin{vmatrix} x & a & a \\ b & x & a \\ b & b & x \end{vmatrix}$ then $|A|$ has a local minimum at $x =$

(यदि $a, b > 0$ तथा $|A| = \begin{vmatrix} x & a & a \\ b & x & a \\ b & b & x \end{vmatrix}$, तब $|A|$ का स्थानीय निम्निष्ट x पर हो तो $x =$) :

(A) \sqrt{ab}

(B) $-\sqrt{ab}$

(C) $\sqrt{a/b}$

(D) $-\sqrt{b/a}$

9. If p, q, r are the roots of equation $ax^3 + bx + c = 0$, then the determinant $\begin{vmatrix} p & q & r \\ q & r & p \\ r & p & q \end{vmatrix} =$

(यदि p, q, r समीकरण $ax^3 + bx + c = 0$ के मूल हैं तो सारणिक $\begin{vmatrix} p & q & r \\ q & r & p \\ r & p & q \end{vmatrix} =$) :

- (A) a^3 (B) $a^3 - 3b$ (C) $a^2 - 3b$ (D) None of these (इनमें से कोई नहीं)

10. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{bmatrix}$ and $\rho(A)$ is the rank of A , then which of the following is false ?

(यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{bmatrix}$ तथा $\rho(A)$, A की जाति है, तो निम्न में से कौनसा असत्य है) :

- (A) $\rho(A) = 1$, if $a = b = c$ (B) $\rho(A) = 2$, if $a = b \neq c$
 (B) $\rho(A) = 3$, if $a \neq b \neq c$ (D) $\rho(A)$ is always 3 (सदैव 3)

11. If θ is the semi vertical angle of a cone of maximum volume and given slant height, then $\tan \theta =$

(उच्चतम आयतन तथा दी हुई तिर्यक ऊँचाई के शंकु का अर्धशीर्ष कोण θ हो, तो $\tan \theta =$) :

- (A) 2 (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$

12. When θ lies in $(0, \pi/2)$, then the minimum value of $64 \sec \theta + 27 \operatorname{cosec} \theta$ is :

(जब θ अन्तराल $(0, \pi/2)$ में विद्यमान है, तो $64 \sec \theta + 27 \operatorname{cosec} \theta$ का न्यूनतम मान है) :

- (A) 125 (B) -125 (C) 45 (D) 80

13. If $u = e^{x/y}$, then $x \partial u / \partial x + y \partial u / \partial y =$

(यदि $u = e^{x/y}$, तब $x \partial u / \partial x + y \partial u / \partial y =$)

- (A) 0 (B) u (C) $2u$ (D) $u/2$

14. The maximum number of points of intersection between "n" degree curve and its one asymptote are :

("n" घात के वक्र की इसके एक अनन्त स्पर्शी के साथ प्रतिच्छेद बिन्दुओं की अधिकतम संख्या है) :

- (A) 0 (B) 1 (C) n (D) n - 2

15. The asymptotes parallel to x and y - axes of the curve $x^2y + x^2 - x - y - 2 = 0$ are :

(वक्र $x^2y + x^2 - x - y - 2 = 0$ के x और y - अक्षों के समान्तर अनन्त स्पर्शियाँ हैं) :

- (A) $y = 0$ (B) $x = 1, y = 1, x = -1$
 (C) $x = -1, y = 1, y = -1$ (D) $x = 1, y = -1, x = -1$

16. The value of the double integral $\int_0^3 \int_1^2 xy(x+y) dx dy$ is :

(द्विसमाकल $\int_0^3 \int_1^2 xy(x+y) dx dy$ का मान है) :

- (A) 24 (B) 22 (C) -24 (D) 27

17. The volume of the solid formed by revolving the ellipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ about the y - axis in unit³ is :

(दीर्घवृत $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ को y - अक्ष के सापेक्ष घुमाने से जनित ठोस का आयतन घन इकाई में है) :

- (A) $4/3 \pi ab$ (B) $4/3 \pi a^2 b$ (C) $4/3 \pi ab^2$ (D) πab

18. The value of the integral $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^4 x dx$ is :

(समाकल $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^4 x dx$ का मान है) :

- (A) $(3/512)\pi^2$ (B) $3/5$ (C) $(3/512)\pi$ (D) $(3/5)\pi^2$

19. The area of region enclosed by some continuous curves in cartesian coordinates is :

(कार्तीय निर्देशांकों में कुछ सतत वक्रों द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है) :

- (A) $\iint_D dx dy$ (B) $\iint_D x dx dy$ (C) $\iint_D y dx dy$ (D) $\iiint_D dx dy dz$

20. The value of the integral $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan x} dx$ in terms of Gamma function is :

(समाकल $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan x} dx$ का गामा फलन के रूप में मान है) :

(A) $\frac{\Gamma(3/4)\Gamma(1/4)}{2}$ (B) $\frac{\Gamma(3/2)\Gamma(1/2)}{2}$

(C) $\frac{\Gamma(1/4)\Gamma(1/2)}{2}$ (D) None of these (इनमें से कोई नहीं)

21. The solution of the differential equation $dy/dx = e^{x-2y}$ is :

(अवकल समीकरण $dy/dx = e^{x-2y}$ का हल है) :

(A) $e^{2y} - e^x + c$ (B) $\frac{1}{2}e^y + e^{2x} + c$ (C) $\frac{1}{2}e^{2y} - e^x + c$ (D) $2e^{2y} - e^x + c$

22. The solution of the differential equation $dy/dx = y/x + \sin(y/x)$ is :

(अवकल समीकरण $dy/dx = y/x + \sin(y/x)$ का हल है) :

(A) $\tan(y/x) = cx$ (B) $\tan(y/2x) = cx$ (C) $\log \tan(y/x) = cx$ (D) $\tan(y/x) = \log cx$

23. The integrating factor of $\cos^2 x dy/dx + y = \tan x$ is :

($\cos^2 x dy/dx + y = \tan x$ का समाकल गुणक है) :

(A) $\tan x$ (B) $e^{\tan x}$ (C) $e^{\cot x}$ (D) $\cot x$

24. Particular integral of $(D^2 - 2D + 1)y = e^x$ is :

$(D^2 - 2D + 1)y = e^x$ का विशिष्ट समाकल है) :

(A) 0 (B) $x e^x$ (C) $x^2 e^x$ (D) $(x^2 e^x)/2$

25. The solution of the differential equation $d^2y/dx^2 + 6 dy/dx + 9y = e^{2x}$ is :

(अवकल समीकरण $d^2y/dx^2 + 6 dy/dx + 9y = e^{2x}$ का हल है) :

- (A) $y = (a + bx) e^{-3x} + (1/25) e^{2x}$ (B) $y = (a + bx) e^{3x} + 25$
 (C) $y = 1/25$ (D) $y = (a + bx) e^{-3x}$

26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{n}{1+n} \right)^n + \left(\frac{n}{1+n} \right)^{-n} \right\}$

(A) Exist and equal to 0 (विद्यमान एवं 0 के बराबर)

(B) Does not exist (विद्यमान नहीं)

(C) Exist and equal to $e + \frac{1}{e}$ (विद्यमान एवं $e + \frac{1}{e}$ के बराबर)

(D) Exist and equal to e (विद्यमान एवं e के बराबर)

27. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{3x}} =$

- (A) $e^{3/2}$ (B) $e^{1/3}$ (C) $e^{2/3}$ (D) e^{-1}

28. If $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ is defined as follows (यदि $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ निम्न प्रकार परिभाषित है) :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & : x \neq 0 \\ k & : x = 0 \end{cases}$$

Then (तो) :

- (A) f is not continuous at any point (किसी भी बिन्दु पर f संतत नहीं है।)
 (B) For $k=0$, f is continuous everywhere ($k=0$ के लिये f सर्वत्र संतत है।)
 (C) For $k=1$, f is continuous everywhere ($k=1$ के लिये f सर्वत्र संतत है।)
 (D) for $k=1$, f is continuous at all points except $x=0$ ($k=1$ के लिए $x=0$ के अतिरिक्त शेष सभी बिन्दुओं पर f संतत है।)

29. If $x^y = e^{x-y}$ then $\frac{dy}{dx} = :$

(यदि $x^y = e^{x-y}$ तो $\frac{dy}{dx} = :$

(A) $\frac{\log x}{1+\log x}$

(B) $\frac{1}{(1+\log x)^2}$

(C) $\frac{y-x}{1+\log x}$

(D) None of these (इनमें से कोई नहीं)

30. Which of the following function is not valid for expansion in Maclaurin's infinite series :

(निम्न में से कौनसा फलन मैकलारिन अनन्त श्रेणी में विस्तार के लिये वैध नहीं है) :

(A) e^x (B) 10^x (C) $\log x$ (D) None of these (इनमें से कोई नहीं)

31. The directional derivative of $F(x, y, z) = x^2yz + 4xz^2$ at the point $(1, -2, -1)$ in the direction

$2i - j - 2k$ is :

(फलन $F(x, y, z) = x^2yz + 4xz^2$ का बिन्दु $(1, -2, -1)$ पर $2i - j - 2k$ की दिशा में निर्दिष्ट अवकलज है) :

(A) $37/3$ (B) $29/3$ (C) $22/2$ (D) 0

32. The curl of the gradient of a scalar point function is :

(अदिश बिन्दु फलन के ग्रेडियन्ट का कर्ल है) :

(A) Positive (धनात्मक) (B) Negative (ऋणात्मक)

(C) Zero (शून्य) (D) A variable (एक चर)

33. If $f = (x+y+1)i + j - (x+y)k$ then $f \cdot \text{curl } f$ is :

(यदि $f = (x+y+1)i + j - (x+y)k$ तब $f \cdot \text{curl } f$ है) :

(A) $i + j - k$ (B) $x + y + 1$ (C) 0 (D) $-x - y$

34. If $f(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ then grad f at the point $(1, -2, -1)$ is :

(यदि $f(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ तो बिन्दु $(1, -2, -1)$ पर grad f है) :

(A) $-12i - 9j - 16k$ (B) $12i + 9j + 16k$ (C) $12i - 9j - 16k$ (D) $12i - 9j + 16k$

35. The unit vector normal to the surface $x^2y + 2xz - 4$ at the point $(2, -2, 3)$ is :

(पृष्ठ $x^2y + 2xz - 4$ के बिन्दु $(2, -2, 3)$ पर अभिलम्ब एकक सदिश है) :

- (A) $-2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ (B) $(-\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k})/3$ (C) $2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ (D) $(-\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k})$

36. A line makes angles $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ with the four diagonals of a cube, then

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta =$$

(एक घन के चार विकर्ण से एक रेखा $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ कोण बनाती है तो $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta =$) :

- (A) 2 (B) $4/3$ (C) $-4/3$ (D) 1

37. The length of the perpendicular drawn from the point $P(1, 2, 3)$ on the line

$$\frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-7}{-2} \text{ is :}$$

(रेखा $\frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-7}{-2}$ के बिन्दु $P(1, 2, 3)$ पर खीचे गये लम्ब की लम्बाई है) :

- (A) -7 (B) 7 (C) 1 (D) 14

38. The shortest distance between the following lines is :

(निम्न रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी है) :

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{2}$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-9}{-1}$$

- (A) 12 (B) $\sqrt{31}/\sqrt{3}$ (C) $31\sqrt{3}$ (D) 3

39. The centre and radius of the following circle are : (निम्न वृत्त का केन्द्र व त्रिज्या है) :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 6z = 12, x + 2y + 2z = 22$$

- (A) $(0, 2, 3), 5$ (B) $(4/3, 14/3, 17/3), 3$
 (C) $(16/9, 28/9, 51/9), 5$ (D) $(4/3, -14/3, 17/3), 1$

- 44 Four whole numbers taken at random are multiplied together, the probability of the last digit in the product to be 1,3,7 or 9 is :

(यादृच्छिक रूप से ली गई चार पूर्ण संख्याओं को परस्पर गुणा किया जाता है तो गुणनफल में अन्तिम अंक के 1, 3, 7 या 9 होने की प्रायिकता है) :

(A) $\frac{25}{625}$ (B) $\frac{9}{625}$ (C) $\frac{65}{625}$ (D) $\frac{16}{625}$

- 45 The probability that a doctor will diagnose a disease X correctly is 0.6. The probability that a patient will die by his treatment after correct diagnosis is 0.4 and probability of death by wrong diagnosis is 0.7. A patient died who had disease X. The probability that his disease was diagnosed correctly is :

(डॉ. द्वारा बीमारी X के सही निदान करने की प्रायिकता 0.6 है। सही निदान पश्चात् इलाज होने पर रोगी के मृत्यु की प्रायिकता 0.4 है तथा गलत निदान पश्चात् मृत्यु की प्रायिकता 0.7 है। X बीमारी वाले रोगी की मृत्यु हो जाती है। उसकी बीमारी के सही निदान होने की प्रायिकता है) :

(A) 6/13 (B) 7/13 (C) 4/13 (D) 9/13

- 46 If a linear programming problem has an unbounded solution, then its dual will have a solution :

(यदि किसी रेखिक प्रोग्रामन समस्या का हल अपरिवद्ध हो तो उसकी द्वैती समस्या का हल होगा) :

- (A) Infeasible (असुसंगत)
(B) Unbounded (अपरिवद्ध)
(C) Either infeasible or unbounded (या तो असुसंगत या अपरिवद्ध)
(D) Bounded (परिवद्ध)

47. If the feasible region of a LPP is a void set, then the LPP will have :

(यदि एक LPP का सुसंगत क्षेत्र एक रिक्त समुच्चय है तो LPP रखेगी) :

- (A) No solution (कोई हल नहीं) (B) Unbounded (अपरिवद्ध)
(C) Optimal solution (इष्टतम हल) (D) Bounded (परिवद्ध)

48. All the decision variables in a linear programming problems are :

(रेखिक प्रोग्रामन समस्या के सभी निर्णयन चर हैं) :

(A) Negative (ऋणात्मक)

(B) Non-negative (ऋणेत्तर)

(C) Zero (शून्य)

(D) None of these (इनमें से कोई नहीं)

49. If all the variables in the basic feasible solution of a LPP are positive, then its solution is called :

(यदि एक LPP के आधारी सुसंगत हल के सभी चर धनात्मक हैं तब इसका हल कहलाता है) :

(A) Feasible (सुसंगत)

(B) Non-negative (ऋणेत्तर)

(C) Degenerate (अपभ्रष्ट)

(D) Non-degenerate (अनपभ्रष्ट)

50. If the objective function in the primal of a LPP is of maximization type, then the objective function of its dual will be of the type :

(यदि किसी एक LPP के आद्य का उद्देश्य फलन अधिकतमीकरण प्रकार का है तब इसके द्वैती के उद्देश्य फलन का प्रकार होगा) :

(A) Maximization (अधिकतमीकरण)

(B) Minimization (न्यूनतमीकरण)

(C) Any of two (दो में से कोई)

(D) Both of two (दोनों ही)