

MATHEMATICS (गणित) 2017

Test Booklet

No. of pages in Booklet : 16

(पुस्तिका में पृष्ठों की संख्या : 16)

No. of questions in Booklet : 50

(पुस्तिका में प्रश्नों की संख्या : 50)

समय / Time : 2 घंटे / Hours

पूर्णांक / Maximum Marks : 200

INSTRUCTIONS

1. Answer all questions.
2. All questions carry equal i.e. 4 marks.
3. Only one answer is to be given for each question.
4. If more than one answers are marked, it would be treated as wrong answer.
5. Each question has four alternative responses marked serially as **A, B, C, D** You have to *darken only one circle or bubble indicating the correct answer on the OMR Answer Sheet using BLUE BALL POINT PEN.*
6. $\frac{1}{4}$ part of the mark(s) of each question i.e. 1 mark will be deducted for each wrong answer. (A wrong answer means an incorrect answer or more than one answer for any question. Leaving all the relevant circles or bubbles or any question blank will not be considered as wrong answer.)
7. Calculator, Mobile phones or any other electronics gadget are not allowed. Candidates found copying or resorting to any unfair means are liable to be disqualified from this and future examination.
8. Candidates should not write any thing any where except on answer sheet or sheets for rough work.
9. After the test is over, at the perforation point, tear the OMR answer sheet, hand over the original OMR answer sheet to the invigilator and retain the *carbonless* copy for your record.
10. Candidates who sit for the entire duration of the exam will only be permitted to carry their OMR sheet carbon less and Test Booklet.

निर्देश

1. सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
2. सभी प्रश्नों के अंक समान हैं अर्थात् 4 अंक।
3. प्रत्येक प्रश्न का केवल एक ही उत्तर दीजिए।
4. एक से अधिक उत्तर देने की दशा में प्रश्न के उत्तर को गलत माना जाएगा।
5. प्रत्येक प्रश्न के चार वैकल्पिक उत्तर दिये गये हैं, जिन्हें क्रमशः **A, B, C, D** अंकित किया गया है। अभ्यर्थी को सही उत्तर निर्दिष्ट करते हुए उनमें से केवल एक गोले अथवा बबल को ओ.एम.आर. उत्तर-पत्रक पर नीले बॉल पेन से गहरा करना है।
6. प्रत्येक गलत उत्तर के लिए अंक का $\frac{1}{4}$ भाग अर्थात् 1 अंक काटा जायेगा। (गलत उत्तर से तात्पर्य अशुद्ध उत्तर अथवा किसी भी प्रश्न के एक से अधिक उत्तर से है। किसी भी प्रश्न से संबंधित गोले या बबल को खाली छोड़ना गलत उत्तर नहीं माना जायेगा।)
7. केलकुलेटर, मोबाईल फोन अथवा इलेक्ट्रॉनिक्स यंत्र का परीक्षा हॉल में प्रयोग पूर्णतः वर्जित है। नकल अथवा किसी प्रकार के अनुचित साधनों का प्रयोग करने वाले इस परीक्षा तथा भविष्य की परीक्षा से अयोग्य माने जायेंगे।
8. परीक्षार्थी को उत्तर पुस्तिका या रफ कार्य हेतु पृष्ठों के अतिरिक्त कहीं पर भी कुछ भी नहीं लिखना चाहिए।
9. परीक्षा समाप्ति पश्चात् मूल OMR उत्तर शीट को निर्धारित स्थान से फाड़कर वीक्षक को देनी है तथा *कार्बन रहित* प्रति आप रख लेवें।
10. जो परीक्षार्थी परीक्षा की पूर्ण अवधि तक बैठे रहेंगे, केवल उन्हें ही परीक्षा पुस्तिका तथा OMR की कार्बन रहित प्रति ले जाने की अनुमति मिल सकेगी।

Roll No.

Name of Student.....

OMR Answer sheet no.

I have verified all the information filled in by the candidate.

Signature of the invigilator (1)

(2)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x =$

(A) 0

(B) 1

(C) e^{-1}

(D) e

2. For the following function, the value of 'c' of Lagrange's mean value theorem is :

(निम्न फलन के लिए लांग्राज मध्यमान प्रमेय के 'c' का मान है) :

$$f(x) = x(x-1)(x-2), a = 0, b = \frac{1}{2}$$

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{6 - \sqrt{21}}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{6 + \sqrt{21}}{6}$

3. The curve $2x^2 - 3xy - 2y^2 = 1$ has two asymptotes that are :

(वक्र $2x^2 - 3xy - 2y^2 = 1$ की दो अनन्त स्पर्शियाँ हैं, जो) :

(A) parallel (समान्तर है)

(B) perpendicular (लम्बवत् है)

(C) intersect at an angle 45° (45° पर प्रतिच्छेद करती हैं)(D) intersect at an angle 60° (60° पर प्रतिच्छेद करती हैं)

4. At a point of inflexion, the radius of curvature is :

(नति परिवर्तन बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या है) :

(A) 0

(B) ∞

(C) 1

(D) undefined (अपरिभाषित)

5. If (यदि) $u = \tan^{-1} \left(\frac{x^3 + y^3}{x - y} \right)$, then (तो)

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} =$$

- (A) 0
 (B) $\sin 2u$
 (C) $\tan 2u$
 (D) u

6. The area of a loop of the curve $r = a \sin 3\theta$ is :

(चक्र $r = a \sin 3\theta$ के एक लूप का क्षेत्रफल है) :

- (A) $\frac{\pi a^2}{2}$
 (B) πa^2
 (C) $\frac{\pi a^2}{12}$
 (D) a^2

7. The volume of ice-cream bounded by the cone

$$z = \sqrt{(x^2 + y^2)} \quad \text{and} \quad \text{the hemisphere}$$

$$z = \sqrt{(8 - x^2 - y^2)} \quad \text{is :}$$

$$(\text{शंकु } z = \sqrt{(x^2 + y^2)} \text{ तथा अर्ध गोले } z = \sqrt{(8 - x^2 - y^2)} \text{ द्वारा परिबद्ध आइसक्रीम का आयतन है) :}$$

- (A) $32\pi(\sqrt{2} + 1)$ cu unit (घन इकाई)
 (B) $32\pi(\sqrt{2} - 1)$ cu unit (घन इकाई)
 (C) $\frac{\pi}{3}(\sqrt{2} + 1)$ cu unit (घन इकाई)
 (D) $\frac{32\pi}{3}(\sqrt{2} - 1)$ cu unit (घन इकाई)

8. $\int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz =$

(A) $\frac{8abc}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$

(B) $\frac{8a^2b^2c^2}{3}(a + b + c)$

(C) $\frac{3abc}{8}(a^2 + b^2 + c^2)$

(D) $8abc$

9. When (जब) $-\frac{1}{2} < n < \frac{1}{2}$, then (तब) :

$$\sqrt{\frac{3}{2} - n} \sqrt{\frac{3}{2} + n} =$$

(A) $\left(\frac{1}{4} - n^2\right) \pi \sin n\pi$

(B) $\left(\frac{1}{4} - n^2\right) \pi \operatorname{cosec} n\pi$

(C) $\left(\frac{1}{4} - n^2\right) \pi \sec n\pi$

(D) none of these (इनमें से कोई नहीं)

10. $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} xy dx dy =$

(A) a^4

(B) $\frac{a^4}{4}$

(C) $\frac{a^4}{16}$

(D) $\frac{a^4}{8}$

11. If (यदि) $a = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}$,

$b = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} - 3\hat{k}$ and (तथा) $c = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$,

then (तब) $\left\{ \frac{d}{d\theta} \{a \times (b \times c)\} \right\}_{\theta=0} =$

(A) $7\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}$

(B) $7\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$

(C) $17\hat{i} + 13\hat{j} - 6\hat{k}$

(D) $7\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

12. Let $\vec{F} = ay\hat{i} + z\hat{j} + x\hat{k}$ and C be the positively oriented closed curve given by $x^2 + y^2 = 1, z = 0$. If

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \pi, \text{ then } a =$$

(मान लीजिए $\vec{F} = ay\hat{i} + z\hat{j} + x\hat{k}$ तथा C धनात्मक उन्मुख बन्द वक्र $x^2 + y^2 = 1, z = 0$ से प्राप्त होता है। यदि

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \pi, \text{ तो } a =)$$

- (A) $-\frac{1}{2}$
 (B) -1
 (C) 0
 (D) 1

13. If \vec{a} is a constant vector and $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, then

$$\nabla \times (\vec{a} \times \vec{r}) =$$

(यदि \vec{a} एक अचर सदिश तथा $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, तो

$$\nabla \times (\vec{a} \times \vec{r}) =$$

- (A) \vec{a}
 (B) 0
 (C) $2\vec{a}$
 (D) $3\vec{a}$

14. If A is a constant vector and V is the volume enclosed by the closed surface S , then :

(यदि A एक अचर सदिश तथा V , बन्द पृष्ठ S के द्वारा परिबद्ध

आयतन है, तो) :

$$\int_S \hat{n} \times (\vec{A} \times \vec{r}) dS =$$

- (A) AV
 (B) $2AV$
 (C) $2A$
 (D) πV

15. Statement of Stokes's theorem is :

(स्टोक्स प्रमेय का प्रकथन है) :

(A) $\iint_S \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = 0$

(B) $\text{div curl } \vec{F} = 0$

(C) $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_S \hat{n} \cdot \text{curl } \vec{F} ds$

(D) None of these (इनमें से कोई नहीं)

16. The centre of the sphere which pass through the following points is :

(निम्न बिन्दुओं से गुजरने वाले गोले का केन्द्र है):

$$(a, 0, 0), (0, b, 0), (0, 0, c), (0, 0, 0)$$

(A) $\left(\frac{a}{2}, 0, 0\right)$

(B) $\left(0, \frac{b}{2}, 0\right)$

(C) $\left(0, 0, \frac{c}{2}\right)$

(D) $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2}\right)$

17. The section of the sphere

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2 \text{ with the plane}$$

$lx + my + nz = k$ is a great circle, if :

(गोले $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$ का समतल

$lx + my + nz = k$ द्वारा परिच्छेद एक वृहद वृत्त है, यदि) :

(A) $l^2a + m^2b + n^2c = 0$

(B) $\frac{l}{a} + \frac{m}{b} + \frac{n}{c} = 0$

(C) $bcl + cam + abn = 0$

(D) $al + bm + cn = k$

18. The equation of right circular cylinder whose axis is x -axis and radius r is :

(एक लम्बवृत्तीय बेलन की समीकरण जिसकी अक्ष x - अक्ष तथा त्रिज्या r है):

(A) $y^2 + z^2 = r^2$

(B) $x^2 + y^2 = r^2$

(C) $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$

(D) $z^2 + x^2 = r^2$

22. The integral of the following DE is :
(निम्न अवकल समीकरण का समाकल है) :

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$$

- (A) $e^y = e^x + x^2 + c$
(B) $e^y = e^x + \frac{x^3}{3} + c$
(C) e^x
(D) e^y

23. The orthogonal trajectories of the hyperbola $xy = c^2$,
(c is a parameter) are :

(अतिपरवलय $xy = c^2$, (c प्राचल है), की लम्बकोणीय संछेदी प्रक्षेप पथ है) :

- (A) $x^2 + y^2 = a^2$
(B) $x^2 - y^2 = a^2$
(C) $x^2 y^2 = a^2$
(D) $\frac{x^2}{y^2} = a^2$

24. If y^a is an integrating factor (I.F.) of the DE

$$2xydx - (3x^2 - y^2)dy = 0, \text{ then } a =$$

(यदि अवकल समीकरण $2xydx - (3x^2 - y^2)dy = 0$ का y^a

एक समाकल खण्ड है, तो $a =$)

- (A) -4
(B) -1
(C) 1
(D) 4

For Rough Work / रफ कार्य हेतु

25. Part of complementary function for the following differential equation is :

(निम्न अवकल समीकरण के पूरक फलन का भाग है):

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = x(1-x^2)^{3/2}$$

- (A) $y = e^x$
 (B) $y = e^{-x}$
 (C) $y = x^2$
 (D) $y = x$

26. The PDE formed by eliminating arbitrary functions from the equation $z = f(x^2 - y^2)$ is :

(समीकरण $z = f(x^2 - y^2)$ से स्वेच्छ फलन का विलोपन करने पर आंशिक अवकल समीकरण है) :

- (A) $xp + yq = 0$
 (B) $\frac{x}{y} = p$
 (C) $xq + yp = 0$
 (D) $\frac{x}{y} = q$

27. General solution of PDE

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx \text{ is :}$$

(आंशिक अवकल समीकरण

$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$ का व्यापक हल है):

- (A) $\phi(lx + my + nz, x^2 + y^2 + z^2) = 0$
 (B) $\phi(x, y) = 0$
 (C) $\phi(lx + my - nz, x^2 - y^2 - z^2) = 0$
 (D) $\phi(x, y, z) = 0$

28. In a PDE $f(D, D')z = \phi(x, y)$, term DD' means :

(आंशिक अवकल समीकरण $f(D, D')z = \phi(x, y)$, में पद DD' का अर्थ है):

(A) $\frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial y}$

(B) $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial}{\partial y}$

(C) $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$

(D) $\frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

29. The solution of following PDE is :

(निम्न आंशिक अवकल समीकरण का हल है) :

$$(D^4 - 2D^3D' + 2DD'^3 - D'^4)z = 0$$

(A) $z = \phi_1(y-x) + \phi_2(y+x)^3$

(B) $z = \phi_1(y-x) + \phi_2(y+x)$

(C) $z = \phi_1(y-x) + \phi_2(y+x) + x\phi_3(y+x) + x^2\phi_4(y+x)$

(D) $z = \phi_1(x)\phi_2(y)$

30. The general solution of PDE $r - 3s + 2t = 0$ is :

(आंशिक अवकल समीकरण $r - 3s + 2t = 0$ का व्यापक हल है):

(A) $z = \phi_1(x-y) + \phi_2(y-2x)$

(B) $z = \phi_1(y+x) + \phi_2(y+2x)$

(C) $z = \phi_1(x+y) + \phi_2(y-2x)$

(D) $z = \phi_1(y-x) + x\phi_2(y+2x)$

31. The order of i in the group $(\{1, -1, i, -i\}, \times)$ is :

(ग्रुप $(\{1, -1, i, -i\}, \times)$ में i की कोटि है) :

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

32. Every group is isomorphic to :

(प्रत्येक समूह तुल्यकारी होता है) :

- (A) One of its subgroup (अपने किसी एक उपसमूह के)
 (B) One of its cyclic subgroup
 (अपने किसी एक चक्रीय उपसमूह के)
 (C) A permutation group (एक क्रमचय समूह के)
 (D) A finite group (एक परिमित समूह के)

33. Consider the quotient group $\frac{Q}{Z}$ of the additive group of

rational numbers. The order of the element $\frac{2}{3} + Z$ in

$\frac{Q}{Z}$ is :

(परिमेय संख्याओं के धनात्मक विभाग समुच्चय $\frac{Q}{Z}$ पर विचार करें।

$\frac{Q}{Z}$ में अवयव $\frac{2}{3} + Z$ का क्रम है) :

- (A) 2
 (B) 3
 (C) 6
 (D) 5

34. The order of the alternating group A_n is :

(एकान्तर समूह A_n की कोटि है) :

- (A) $n!$
 (B) $(n-1)!$
 (C) $(\frac{1}{2}n)!$
 (D) n

35. Solution of DE $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax$ is :

(अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax$ का हल है) :

- (A) $y = \left(\frac{1}{a^2} \log \cos ax + C_1 \right) \cos ax + \left(\frac{x}{a} + C_2 \right) \sin ax$
 (B) $y = \log \cos ax + C_1 x + C_2 \sin ax$
 (C) $y = C_1 \cos ax + C_2 \sin ax$
 (D) $y = C_1 + C_2 x + C_3 \log \cos ax$

36. $\text{amp } z - \text{amp } (-z) =$

- (A) π
 (B) $-\pi$
 (C) $\pm\pi$
 (D) 0

37. At what value of z , the function $\frac{1+z}{1-z}$ is not analytic?

(z के किस मान पर फलन $\frac{1+z}{1-z}$ विश्लेषिक नहीं है?):

- (A) 0
 (B) 1
 (C) -1
 (D) every where (सर्वत्र)

38. The bilinear transformation which maps the points $z = 1, i, -1$ onto the points, $w = i, 0, -i$ is :

(द्विआधारी रूपान्तर जो बिन्दुओं $z = 1, i, -1$ को बिन्दुओं $w = i, 0, -i$ पर प्रतिचित्रित करता है) :

- (A) $z = i \left(\frac{1-\omega}{1+\omega} \right)$
 (B) $z = i^2$
 (C) $z = i \left(\frac{1+\omega}{1-\omega} \right)$
 (D) $z = 1 - \omega$

39. By Cauchy integral formula (कॉशी समाकल सूत्र से)

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=3} \frac{e^z dz}{z-2} =$$

- (A) 0
 (B) e^3
 (C) e^2
 (D) 1

40. Given (दिया) $f(z) = \int_C \frac{z-3}{z^2-2z+5} dz$, where C is a

circle $|z| = 1$ (जहाँ C एक वृत्त $|z| = 1$ है) :

(A) f is analytic everywhere within C

(f , C के अन्दर सर्वत्र विश्लेषिक है)

(B) $f(z) = 0$

(C) (A) and (तथा) (B) both (दोनों)

(D) none of the above (उपर्युक्त में कोई नहीं)

41. The correct relation is (सही संबंध है) :

(A) $\Delta^3 y_1 = \nabla^2 y_2$

(B) $\Delta^3 y_2 = \nabla^3 y_5$

(C) $\Delta^3 y_1 = \nabla^3 y_2$

(D) $\Delta^3 y_2 = \nabla^4 y_5$

42. Given (दिया है) :

$$U_0 = 580, U_1 = 556, U_2 = 520, U_4 = 384$$

Then U_3 is (तब U_3 है) :

(A) 550

(B) 530

(C) 465

(D) 600

43. Simpson's $\frac{1}{3}$ formula is (सिम्पसन $\frac{1}{3}$ सूत्र है) :

(A) $\frac{h}{3} [(y_0 + y_n) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$

(B) $\frac{h}{3} [(y_0 - y_n) + 3(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$

(C) $\frac{2h}{3} [(y_0 + y_n) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$

(D) None of these (इनमें से कोई नहीं)

44. From the following table the value of $f'(5)$ is :

(निम्न सारणी से $f'(5)$ का मान है) :

x :	0	2	3	4	7	9
y :	4	26	58	112	466	922

(A) 100

(B) 98

(C) 120

(D) 60

$$45. \left(\frac{\Delta^2}{E} \right) e^x \cdot \frac{E e^x}{\Delta^2 e^x} =$$

- (A) e^x
 (B) e^{-x}
 (C) $1 + e^x$
 (D) $1 - e^x$

46. In a LPP with m restrictions in n variables, the maximum number of basic feasible solutions are :

(m -प्रतिबन्धों तथा n -चरों वाली एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में अधिकतम आधारी सुसंगत हलों की संख्या है) :

- (A) ${}^m C_{n+1}$
 (B) ${}^m C_n$
 (C) ${}^n C_m$
 (D) ${}^n C_{m-1}$

47. An optimum solution of the following LPP is :

(निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या का इष्टतम हल है) :

$$\text{Max (अधिकतम)} \quad z = 2x_1 + 4x_2$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$\text{and (तथा)} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

- (A) (1, 2)
 (B) (3, 1)
 (C) (0, 2.5)
 (D) The objective function is unbounded
 (उद्देश्य फलन अपरिबद्ध है।)

48. The graphical method of LPP uses :

(रैखिक प्रोग्रामन समस्या की लेखाचित्र विधि में उपयोग होता है) :

- (A) linear equations (रेखीय समीकरणों का)
 (B) objective function (उद्देश्य फलन का)
 (C) constraint equations (प्रतिबन्ध समीकरणों का)
 (D) all of the above (उपर्युक्त सभी)

49. A necessary and sufficient condition for a basic feasible solutions to a LPP to be optimum (minimum) is:

(एक LPP के आधारी सुसंगत हल के इष्टतम (न्यूनतम) होने की आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त है) :

(A) all (सभी) $z_j - c_j \geq 0$

(B) all (सभी) $z_j - c_j \leq 0$

(C) all (सभी) $z_j - c_j = 0$

(D) all (सभी) $z_j + c_j \leq 0$

50. Every hyperplane is a (प्रत्येक अधिसमतल होता है) :

(A) convex combination (अवमुख संचय)

(B) line segment (रेखा खण्ड)

(C) convex set (अवमुख समुचय)

(D) none of these (उपर्युक्त में से कोई नहीं)